

# **MECH4620**

7 ca di huhjcbu`: `i ]X'8 mbua ]Wg

HYfa 'H\fYY''##'&\$&\$

## 7ci fgY<sup>-</sup>Cj Yfj ]Yk

## GHJZ7cbHJWh8YHJ]`g

#### 7 cbj Ybcfg

B Ua Y	9a U]`	5j U]`UV]`] <b>m</b>	@cWUh]cb	D\cbY
J]Wcf]U'H]a W.Yb_c	r - ~	7 cbgi `HJHjcb'Hja Yg. H\i fgXUm' !(da	,	f\$&Ł'-',) (%(,

#### @YWhi fYfg

B Ua Y	9a U]`	5j U]`UV]`] <b>m</b>	@cWUh]cb	D\cbY
5bh\cbm7\ib^Mjb	Wimimi Yb4 i bgk "YXi "Ui	7 cbgi `HJH]cb'H]a Yg.	Fcca (\$%9ž	f\$&Ł'-',)
M Yb		K YXbYgXUm'&!' da	>%+	(+*'

#### 8Ya cbghfUhcfg

B Ua Y	9a U]`	5j U]`UV]`]m	@cWUh]cb	D\cbY
H]a ch\m7\Yb	j -	7 ca a i b]WUh]cb dfYZYfYbWY. '9a U]`	F cca '(\$%9ž >%+	f\$&Ł'-',) (+*'

## GWXcc`7cbHJWh~\plZcfa Uh]cb

#### @cWUhjcb

I BGK 'A YWXUb]WU``UbX'A Ubi ZUWi f]b[ '9b[ ]bYYf]b[

5]bgk cft\ 'Vi ]`X]b[ '>%+ž'@Yj Y`'%

5Vcj Y 7 c ZZYY cb 7 Ua di g

## <ci fg

-.\$\$-).\$\$da ž'A cbXUm-: f]XUmi

ł7`cgYX'cb'di V']W\c`]XUmgž'GW\cc``gW\YXi `YX'Yj Ybhg'UbX'I b]j Yfg]hm'G\i hXck b

#### K YV

GWXcc``cZA YVXUb]WJ``UbX`A Ubi ZUWi f]b[ '9b[ ]bYYf]b[

9b[]bYYf]b[ Gh XYbhGi ddcfhGYfj ]Wg

9b[]bYYf]b[ '\DXi glf]U\'HfU]b]b[

fŽ\*%"&Ł"-',) ',) \$\$"—"Bi WYi g"Ghi XYbh'<i V

 $f\breve{\mathbb{Z}}^*\%\&\&E^{-1}',)```\%+-^{-1}\mathsf{B}\mathsf{G}\mathsf{K}^{-1}\mathsf{G}\mathsf{h}^{-1}\mathsf{X}\mathsf{m}^{-1}\mathsf{S}\mathsf{V}\mathsf{f}\mathsf{c}\mathsf{U}\mathsf{X}^{-1}\mathsf{U}\mathsf{b}\mathsf{X}^{-1}\mathsf{B}\mathsf{G}\mathsf{K}^{-1}\mathsf{9}\mathsf{I}^{-1}\mathsf{W}\mathsf{X}\mathsf{U}\mathsf{b}[\,\mathsf{Y}^{-1}f\breve{\mathbb{Z}}\mathsf{c}f^{-1}]\mathsf{b}\mathsf{V}\mathsf{c}\mathsf{i}^{-1}\mathsf{b}\mathsf{X}^{-1}\mathsf{g}\mathsf{h}^{-1}\mathsf{X}\mathsf{y}\mathsf{b}\mathsf{h}\mathsf{g}\mathsf{k}^{-1}\mathsf{b}\mathsf{v}\mathsf{c}\mathsf{i}^{-1}\mathsf{b}\mathsf{v}\mathsf{v}\mathsf{c}\mathsf{i}^{-1}\mathsf{b}\mathsf{v}\mathsf{v}\mathsf{c}\mathsf{i}^{-1}\mathsf{b}\mathsf{v}\mathsf{v}\mathsf{c}\mathsf{i}^{-1}\mathsf{b}\mathsf{v}\mathsf{v}\mathsf{c}\mathsf{i}^{-1}\mathsf{b}\mathsf{v}\mathsf{v}\mathsf{c}\mathsf{i}^{-1}\mathsf{b}\mathsf{v}\mathsf{v}\mathsf{c}\mathsf{i}^{-1}\mathsf{b}\mathsf{v}\mathsf{v}\mathsf{c}\mathsf{i}^{-1}\mathsf{b}\mathsf{v}\mathsf{v}\mathsf{c}\mathsf{i}^{-1}\mathsf{b}\mathsf{v}\mathsf{v}\mathsf{c}\mathsf{i}^{-1}\mathsf{b}\mathsf{v}\mathsf{v}\mathsf{c}\mathsf{i}^{-1}\mathsf{b}\mathsf{v}\mathsf{v}\mathsf{c}\mathsf{i}^{-1}\mathsf{b}\mathsf{v}\mathsf{c}\mathsf{i}^{-1}\mathsf{b}\mathsf{v}\mathsf{v}\mathsf{c}\mathsf{i}^{-1}\mathsf{b}\mathsf{v}\mathsf{v}\mathsf{c}\mathsf{i}^{-1}\mathsf{b}\mathsf{v}\mathsf{v}\mathsf{c}\mathsf{i}^{-1}\mathsf{b}\mathsf{v}\mathsf{v}\mathsf{c}\mathsf{i}^{-1}\mathsf{b}\mathsf{v}\mathsf{v}\mathsf{c}\mathsf{i}^{-1}\mathsf{b}\mathsf{v}\mathsf{v}\mathsf{c}\mathsf{i}^{-1}\mathsf{b}\mathsf{v}\mathsf{c}\mathsf{i}^{-1}\mathsf{b}\mathsf{v}\mathsf{v}\mathsf{c}\mathsf{i}^{-1}\mathsf{b}\mathsf{v}\mathsf{v}\mathsf{c}\mathsf{i}^{-1}\mathsf{b}\mathsf{v}\mathsf{v}\mathsf{c}\mathsf{i}^{-1}\mathsf{b}\mathsf{v}\mathsf{v}\mathsf{c}\mathsf{i}^{-1}\mathsf{b}\mathsf{v}\mathsf{v}\mathsf{c}\mathsf{i}^{-1}\mathsf{b}\mathsf{v}\mathsf{v}\mathsf{c}\mathsf{i}^{-1}\mathsf{b}\mathsf{v}\mathsf{v}\mathsf{c}\mathsf{i}^{-1}\mathsf{b}\mathsf{v}\mathsf{v}\mathsf{c}\mathsf{i}^{-1}\mathsf{b}\mathsf{v}\mathsf{v}\mathsf{c}\mathsf{i}^{-1}\mathsf{b}\mathsf{v}\mathsf{c}\mathsf{i}^{-1}\mathsf{b}\mathsf{v}\mathsf{c}\mathsf{i}^{-1}\mathsf{b}\mathsf{v}\mathsf{v}\mathsf{c}\mathsf{i}^{-1}\mathsf{b}\mathsf{v}\mathsf{v}\mathsf{c}\mathsf{i}^{-1}\mathsf{b}\mathsf{v}\mathsf{v}\mathsf{c}\mathsf{i}^{-1}\mathsf{b}\mathsf{v}\mathsf{v}\mathsf{c}\mathsf{i}^{-1}\mathsf{b}\mathsf{v}\mathsf{v}\mathsf{c}\mathsf{i}^{-1}\mathsf{b}\mathsf{v}\mathsf{c}\mathsf{i}^{-1}\mathsf{b}\mathsf{v}\mathsf{v}\mathsf{c}\mathsf{i}^{-1}\mathsf{b}\mathsf{v}\mathsf{v}\mathsf{c}\mathsf{i}^{-1}\mathsf{b}\mathsf{v}\mathsf{v}\mathsf{c}\mathsf{i}^{-1}\mathsf{b}\mathsf{v}\mathsf{v}\mathsf{c}\mathsf{i}^{-1}\mathsf{b}\mathsf{v}\mathsf{v}\mathsf{c}\mathsf{i}^{-1}\mathsf{b}\mathsf{v}\mathsf{c}\mathsf{i}^{-1}\mathsf{b}\mathsf{v}\mathsf{c}\mathsf{i}^{-1}\mathsf{b}\mathsf{v}\mathsf{v}\mathsf{c}\mathsf{i}^{-1}\mathsf{b}\mathsf{v}\mathsf{c}\mathsf{i}^{-1}\mathsf{b}\mathsf{v}\mathsf{c}\mathsf{i}^{-1}\mathsf{b}\mathsf{v}\mathsf{c}\mathsf{i}^{-1}\mathsf{b}\mathsf{v}\mathsf{c}\mathsf{i}^{-1}\mathsf{b}\mathsf{v}\mathsf{c}\mathsf{i}^{-1}\mathsf{b}\mathsf{v}\mathsf{c}\mathsf{i}^{-1}\mathsf{b}\mathsf{v}\mathsf{c}\mathsf{i}^{-1}\mathsf{b}\mathsf{v}\mathsf{c}^{-1}\mathsf{b}\mathsf{v}\mathsf{c}\mathsf{i}^{-1}\mathsf{b}\mathsf{v}\mathsf{c}\mathsf{i}^{-1}\mathsf{b}\mathsf{v}\mathsf{c}\mathsf{i}^{-1}\mathsf{b}\mathsf{v}\mathsf{c}\mathsf{i}^{-1}\mathsf{b}\mathsf{c}\mathsf{i}^{-1}\mathsf{b}\mathsf{v}\mathsf{c}\mathsf{i}^{-1}\mathsf{b}\mathsf{c}\mathsf{i}^{-1}\mathsf{b}\mathsf{i}^{-1}\mathsf{b}\mathsf{c}\mathsf{i}^{-1}\mathsf{b}\mathsf{c}\mathsf{i}^{-1}\mathsf{b}\mathsf{c}\mathsf{i}^{-1}\mathsf{b}\mathsf{c}^{-1}\mathsf{b}\mathsf{c}^{-1}\mathsf{b}\mathsf{c}^{-1}\mathsf{b}\mathsf{c}^{-1}\mathsf{b}^{-1}\mathsf{b}\mathsf{c}^{-1}\mathsf{b}\mathsf{c}^{-1}\mathsf{b}^{-1}\mathsf{b}^{-1}\mathsf{b}^{-1}\mathsf{b}\mathsf{c}^{-1}\mathsf{b$ 

fž\*%\*&Ł'-',) '(\$-+'-'GW\cc`'CZ]WH

 $\label{thm:condition} $$H^*D^*YUgY^*bch'Y^*h.Uhhh.Y^*GWkcc^*CZZWY^*k]^*^bch_bck^*k.Yb\#Zmcif^*WcifgY^*WcbjYbcf^*]g^*cb^*WUadig^*cfUjU]^*UV^*Y$$$ 

7 ci fgY 8 YHJ]`g 7 fYX]hDc]bhg \* Gi a a UfmcZh\Y 7 ci fgY

@YUfb]b[ 'Ci HWca Y	95 GHJ[Y %7ca dYhYbW]Yg
gdYWJZJWU``mk ]h\ 'dfUWfJWU``g_]``g`]b'i g]b[ 'U'Wca a YfWJU``7: 8 dUW_U[ Yž'5BGMG '7: L "	
("'H\Y'UV]`]mm'nc']bhYfdfYh'Wca di hUh]cbU`fYgi `hg'UbX'hc'k f]hY'U fYdcfh'Wcbj Ym]b['h\Y'fYgi `hg'cZh\Y'Wca di hUh]cbU`'UbU`mg]g"	D9' "%ŽD9' "' ŽD9' "*

 $\hbox{\it HMWW} b]b \hbox{\it fightUM} [\ ]Yg.$ 

8	Υ	H	J	l`q	١.

5 'kk c!\ci f'Yl Ua ]bUh]cb'Uhih\Y'YbX'cZh\Y'gYa YghYf"

K YY_', .'&'Bcj Ya VYf'!'* Bcj Ya VYf	@YV <b>h</b> ifY Hih@UV	<ul><li>; fci d'dfc YWh</li><li>H&amp;'k cf_</li></ul>
	5ggYgga Ybh	8iY. H& hifVi YbWrf)ı Ł
K YY_''- 'Bcj Ya VYf'! % 'Bcj Ya VYf	@YWi fY	

FYgci fWyg

DfYgWf]VYX`F Ygci fWYg`

BchUj U]`UV`Y

FYWca a YbXYX FYgci fWyg

FYWcaa YbXYX hYI hVcc\_g

%"

±0."h\]g"Wci fgYz"fYW"bh]a dfcj Ya Ybhg"fYgi `h]b[ 'Zfca 'ghi XYbhZYYXVUW\_']bWi XY"h\Y']bhfcXi Wh]cb"cZU"[ fci d dfc YWhc YbWci fU[ Y'Wc"UVcfUh]j Y"YUfb]b[ 'Yl dYf]YbWrg":5`gcz"XYa cbghfUhcfg'UfY'bck 'fYei ]fYX'hc dfcj ]XY"a cfY'Wca dfY\Ybg]j Y"ZYYXVUW\_'cb"Ugg][ ba YbhUWh]j ]h]Yg"Xi f]b[ "UV"gYgg]cbg"

## Gi Va ]gg]cb cZ5ggYgga YbhHUg\_g

### 5ggYgga Ybhgi Va ]gg]cb UbX a Uf\_]b[ Wf]hYf]U

G\ci`X'h\Y'WcifgY'\UjY'Ubmbcb!Y`YWfcb]WUggYgga Ybhigi Va ]gg]cbž'h\YgY'g\ci`X'\UjY'U'ghUbXUfX GW\cc`WcjYf'g\YYh'

5```gi Va ]gg]cbg`UfY`YI dYWYX`hc`VY`bYUh`UbX`WYUf`mgYhci h'`Mci f`fYgi `hg`UfY`h\Y`d]bbUWY`cZU```mci f`\UfX k cf\_'UbX`g\ci `X`VY`hfYUhYX`k ]h\`Xi Y`fYgdYWf`DfYgYbh]b[ `fYgi `hg`WYUf`m[ ]j Yg`h\Y`a Uf\_Yf`h\Y`VYghW\UbW\ cZi bXYfghUbX]b[ `mci f`a Yh\cX/Yj Yb`]Zh\Y`bi a Yf]WU``fYgi `hg`UfY`]bWcffYWf

A Uf\_]b[ '[ i ]XY`]bYg`Zcf`Ugg][ ba Ybhgi Va ]gg]cbg`k ]```VY`dfcj ]XYX`Uhh\Y`gUa Y`h]a Y`Ug`Ugg][ ba YbhXYhU]`g hc`Ugg]ghk ]h\`a YYh]b[ 'UggYggUV`Y`fYei ]fYa Ybhg"`Gi Va ]gg]cbg`k ]```VY`a Uf\_YX`UVWcfX]b[ 'hc`h\Y`a Uf\_]b[ [ i ]XY`]bYg`dfcj ]XYX"

#### @UhY 'dc`]Wh

K cf\_'gi Va ]hhYX``UhY`k ]h\ci hUb`Uddfcj YX`YI hYbg]cb`Vmh\Y`Wci fgY`WcfX]bUhcf`cf`XY`Y[ UhYX`Ui h\cf]hm]g gi VYWhhc`U``UhY`dYbU`hmcZ&\$`dYfWYbhf&\$i \ \!cZh\Y`a Ul ]a i a 'a Uf\_'dcgg]V`Y`Zcf`h\UhUggYgga Ybh]hYa ž dYf`WU`YbXUf`XUm'

 $\label{eq:conversion} \text{K cf\_'gi Va ]} \text{httx:'UZhtf:h.Y:'XYUX`]bY:'Zcf:'UVgc`i htt:'ZU]'':]g'bchUWWtdhtx:'UbX:'U'a Uf\_'cZ'nYfc'k ]```VY'Uk UfXYX Zcf:h.Uh:'UgqYgga Ybh']hta " } \\$ 

: cf`gca Y`UggYgga Ybh`]hYa gž`U``UhY`dYbU`hma UmbchVY`Uddfcdf]UhY"`H\YgY`UfY`WYUf`m`]bX]\WUhYX`]b`h\Y Wci fgY`ci h`]bYž`UbX`gi W\`UggYgga Ybhg`fYWY]j Y`U`a Uf\_`cZnYfc`]ZbchWca d`YhYX`Vmh\Y`gdY\\JZ]YX`XUhY" 9I Ua d`Yq`]bWi XY.

%" K YY\_`mcb`]bY`hYghg`cf``UVcfUhcfmk cf\_`k cfh\`U`ga U```dfcdcfh]cb`cZh\Y`gi VYWha Uf\_žcf &" C b`]bY`ei ]nnYg`k \YfY`Ubgk Yfg`UfY`fY`YUgYX`hc`gh XYbhg`cb`Wca d`Yh]cbžcf

- "DfcZYgg]cbU``UggYgga YbhihUg\_gž'k\YfY`h\Y`]bhYbh]cb`]g`hc`WfYUhY`Ub`Ui h\Ybh]WUggYgga Ybhih\Uh\Ug`Ub`UVgc`i hY`gi Va ]gg]cb`XUhYž'cf
- ("DUgg# U]`UggYgga YbhHJg\_g"

### 91 Ua ]bUh]cbg

 $\label{thm:condition} $$ \ensuremath{\mathsf{U}} = \ensuremath{\mathsf{U}} =$ 

I BGK 'bck '\Ug'U': <u>|hhc'G|h#Gi Va |hfi 'Y</u>ž'k \]W\ 'a YUbg't\\Uh']Zmci 'UhhYa dh'Ub'YI Ua 'cf'gi Va ]h'U'd]YW\'cZ UggYgga Ybhž'mci 'UfY'XYWUf]b[ 'mci fgY`ZZ]hYbci [\'hc'Xc'gc'UbX'WUbbch`UhYf'Udd`m'Zcf'GdYW]U` 7 cbg]XYfUh]cb"

: cf`XYhJ]`g`cZUdd`m]b[ 'Zcf`GdYVJU``7 cbg]XYfUh]cb`UbX`WcbX]h]cbg'Zcf`h\Y`Uk UfX`cZgi dd`Ya YbhUfm UggYgga Ybhž'd`YUgY`gYY`h\Y`]bZcfa Uh]cb`cb`l BGK 'g`<u>GdYVJU``7 cbg]XYfUh]cb`dU[Y</u>"

D`YUgY'bchY'h\Uhigh XYbhg'k]``bchVY'fYei]fYX'hc'dfcj]XY'UbmXcW a YbhUfmYj]XYbW'hc gi ddcfhUVgYbWg'Zfca 'UbmWUggYg'a]ggYX'

## 5 WUXYa ]W<cbYglmUbX D`U[]Uf]ga

 $\label{thm:continuous} IBGK ``Ug`Ub`cb[c]b[`Wcaa]haYbhhc`ZcghYf]b[``U`W``hifY`cZ`YUfb]b[`]bZcfaYX`VmUWUXYa]W]bHY[f]hm'`5``IBGK `ghiXYbhg`\UjY`U`fYgdcbg]V]`]hmhc`UX\YfY`hc`h\]g`df]bW]d`Y`cZUWUXYa]W]bHY[f]hm'D`U[]Uf]gaibXYfa]bYg`UWUXYa]W]bHY[f]hmUbX`]g`bchhc`YfUhYX`UhIBGK "`B'SY[Sde_SfG@EI[eVW{`WSege[YfZW_aXSekagdai`ž$ 

Mci 'UfY'U'gc'fYa ]bXYX'h\UhWUfYZ ``Hja Y'a UbU[ Ya Ybh']g'Ub']a dcffUbhdUfhcZgh XmUbX'cbY'cZh\Y ]XYbhJZYX'WUi gYg'cZd`U[ ]Uf]ga ']g'dccf'hja Y'a UbU[ Ya Ybh''Gh XYbhg'g\ci 'X'U``ck 'gi ZZWYbh'hja Y'Zcf fYgYUfW\žXfUZjb[ 'UbX'h\Y'dfcdYf'fYZYfYbW]b[ 'cZgci fWYg']b'dfYdUf]b[ 'U```UggYgga Ybh'hUg\_g''

₹d`U[]Uf]ga i]gʻZci bXi]bimci fik cf\_ik \Ybimci i'UfYi]b iZ[fghmYUfžimci fiYVWi fYfik]``cZYfimci i'Ugg]gHUbWYihc
]a dfcj Yimci fiUWUXYa]Wg\_]``g'''H\Yma UmUg\_imci ihci`cc\_'Uhigca Yicb`]bYifYgci fWygžiUhhYbXih\Yi@YUfb]b[
7 YbhfYžicfigca Yh]a YgifYgi Va]himci fik cf\_ik]h\h\YidfcV`Ya iZ[IYX'''< ck Yj Yfia cfYigYf]ci gi]bghUbWygi]biZ[fgh
mYUfžigi W\ugighYU`]b[iUbch\Yfighi XYbhgik cf\_icfidUm]b[igca YcbYihciXcimci fik cf\_žia UmVYi]bj Ygh][UhYX
i bXYfih\YiGhi XYbhA]gWcbXi WhDfcWYXi fYg''

FYdYUHYX'd`U[]Uf]ga 'fYj Yb']b'Z|fghmYUfłź'd`U[]Uf]ga 'UZHYf'Z|fghmYUfźcf'gYf]ci g']bghUbWYgža Um'U`gc'VY ]bj Ygh][UhYX'i bXYf'h\Y'Gh XYbhA ]gWcbXi WhDfcWYXi fYg"'H\Y'dYbU'h]Yg'i bXYf'h\Y'dfcWYXi fYg'WUb']bWi XY U'fYXi Whcb']b'a Uf\_gž'ZU]`]b['U'Wci fgY'cf'Zcf'h\Y'a cghgYf]ci g'a UhHYfg'fi]\_Y'd`U[]Uf]ga ']b'Ub'\cbci fg h\Yg]gŁYj Yb'gi gdYbg]cb'Zfca 'h\Y'i b]j Yfg]mm''H\Y'Gh XYbhA ]gWcbXi WhDfcWYXi fYg'UfY'Uj U]`UV'Y'\YfY.

kkk"[g"i bgk"YXi"Ui #dc]Wn#XcWa Ybhg#ghi XYbha ]gWcbXi WhdfcWYXi fYg"dXZ

# 5WUXYa]W±bZcfaUhjcb

## 7 fYX]hdc]bhg

 $7\,ci\,fgY\,'WfYX]hi]g\,'WU\,'W'\,'Uh'X\,']b\,'I\,\,b]hg!\,C\,Z\,7\,fYX]hfl\,\,C\,7\,L''\,'H\,\backslash\,Y\,'bcfa\,\,U\,''k\,\,cf\_`cUX\,'YI\,\,dYWfUh]cb\,'Zcf'cbY\,'I\,\,C\,7\,L''\,'H\,\backslash\,Y\,'bcfa\,\,U\,''k\,\,cf\_`cUX\,'YI\,\,dYWfUh]cb\,'Zcf'cbY\,'I\,\,C\,7\,L''\,'H\,\backslash\,Y\,'bcfa\,\,U\,''k\,\,cf\_`cUX\,'YI\,\,dYWfUh]cb\,'Zcf'cbY\,'I\,\,C\,7\,L''\,'H\,\backslash\,Y\,'bcfa\,\,U\,''k\,\,cf\_`cUX\,'YI\,\,dYWfUh]cb\,'Zcf'cbY\,'I\,\,C\,7\,L''\,'H\,\backslash\,Y\,'bcfa\,\,U\,''k\,\,cf\_`cUX\,'YI\,\,dYWfUh]cb\,'Zcf'cbY\,'I\,\,C\,7\,L''\,'H\,\backslash\,Y\,'bcfa\,\,U\,''k\,\,cf\_`cUX\,'YI\,\,dYWfUh]cb\,'Zcf'cbY\,'I\,\,C\,7\,L''\,'H\,\backslash\,Y\,'bcfa\,\,U\,''k\,\,cf\_`cUX\,'YI\,\,dYWfUh]cb\,'Zcf'cbY\,'I\,\,C\,7\,L''\,'H\,\backslash\,Y\,'bcfa\,\,U\,''k\,\,C\,(A)$ 



<u>i</u>